

2022 年度入学試験問題

数 学

(60 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は3ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ヘで29問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～への範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) i を虚数単位とする. 実数の定数 a, b について, 3 次方程式

$$x^3 - 6x^2 + ax + b = 0 \text{ が } 2 + 3i \text{ を解にもつとき, } a = \boxed{\text{ア}},$$

$$b = \boxed{\text{イ}} \text{ である. また, この方程式の実数解は } x = \boxed{\text{ウ}} \text{ である.}$$

(2) 方程式 $|2x - 1| - |x - 1| = x + 4$ の解は $x = \boxed{\text{エ}}$ である.

(3) 不等式 $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 18 < 0$ の解は $x > \boxed{\text{オ}}$ である.

(4) 座標空間において, 中心が点 $(a, 1, 2)$, 半径が 5 の球面が, yz 平面と交わってできる円の半径が 4 であるとき, $a^2 = \boxed{\text{カ}}$ である.

$$(5) \int_1^2 (\sqrt{3}x - 1)^2 dx = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} \sqrt{3}$$

〔Ⅱ〕

(1) 3人でじゃんけんをして、負けた人から順に抜けていき、最後まで残った1人を代表者とする。あいこも1回のじゃんけんと数える。

(a) 1回目のじゃんけんで代表者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(b) 2回目のじゃんけんで代表者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(c) 代表者が決まるまでのじゃんけんの回数が4回以上である確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$ 、 $BC = 6$ 、 $\cos \angle ABC = -\frac{1}{4}$ とする。

(a) $AC = \boxed{\text{ソ}}$

(b) $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(c) $\triangle ABC$ の内接円の半径を r 、外接円の半径を R とすると、

$\frac{r}{R} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

〔Ⅲ〕

(1) 実数 r を公比とする等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 3 項までの和が 7 で、初項から第 6 項までの和が 63 であるとする。

(a) $a_1 = \boxed{\text{ト}}$, $r = \boxed{\text{ナ}}$

(b) $a_n > 100$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(c) 数列 $\{a_n\}$ の第 l 項から第 m 項までの和が 4032 となるのは、 $l = \boxed{\text{ヌ}}$,
 $m = \boxed{\text{ネ}}$ のときである。ただし、 $l < m$ とする。

(2) 関数 $f(x) = \log_3(5 - x) + \log_9(x + 7)$ を考える。

(a) $f(1) = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \log_3 2$, $f(2) = \boxed{\text{ヒ}}$

(b) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{フ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ヘ}}$ $\log_3 2$ をとる。