M—A 2

2022年度入学試験問題

数　　学

（90分）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ワで44問あります**。
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ワの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません**。
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目，受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) iを虚数単位とする．実数の定数a，bについて，3次方程式 $x^3-6x^2+ax+b=0$が$2+3i$を解にもつとき，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，$b=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．また，この方程式の実数解は$x=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(2) 方程式$|2x-1|-|x-1|=x+4$の解は$x=$ $\boxed{\text{エ}}$ である．

(3) 不等式$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x+2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+3}-18<0$の解は$x>$ $\boxed{\text{オ}}$ である．

(4) 座標空間において，中心が点$(a,\ 1,\ 2)$，半径が5の球面が，yz平面と交わってできる円の半径が4であるとき，$a^2=$ $\boxed{\text{カ}}$ である．

(5) $\displaystyle\int_1^2(\sqrt{3}x-1)^2\,dx=$ $\boxed{\text{キ}}$ $+$ $\boxed{\text{ク}}$ $\sqrt{3}$

〔Ⅱ〕

(1)　3人でじゃんけんをして，負けた人から順に抜けていき，最後まで残った1人を代表者とする．あいこも1回のじゃんけんと数える．

(a)　1回目のじゃんけんで代表者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である．

(b)　2回目のじゃんけんで代表者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である．

(c)　代表者が決まるまでのじゃんけんの回数が4回以上である確率は

$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である．

(2)　$\triangle$ABC において，AB $=4$，BC $=6$，$\cos\angle \mathrm{ABC} = -\dfrac{1}{4}$ とする．

(a)　AC $=$ $\boxed{\text{ソ}}$

(b)　$\triangle$ABC の面積は $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である．

(c)　$\triangle$ABC の内接円の半径を r，外接円の半径を R とすると，

$\dfrac{r}{R} = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である．

〔Ⅲ〕

(1) 実数 r を公比とする等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第3項までの和が7で，初項から第6項までの和が63であるとする．

(a) $a_1 = \boxed{\text{ト}}$，$r = \boxed{\text{ナ}}$

(b) $a_n > 100$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{ニ}}$ である．

(c) 数列 $\{a_n\}$ の第 l 項から第 m 項までの和が4032となるのは，$l = \boxed{\text{ヌ}}$，$m = \boxed{\text{ネ}}$ のときである．ただし，$l < m$ とする．

(2) 関数 $f(x) = \log_3(5 - x) + \log_9(x + 7)$ を考える．

(a) $f(1) = \dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\log_3 2$，$f(2) = \boxed{\text{ヒ}}$

(b) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{フ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ヘ}}\log_3 2$ をとる．

〔Ⅳ〕

(1) iを虚数単位とし，$z = \sqrt{3} + i$とする．

(a) $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$と極形式で表すと，$r = \boxed{\text{ホ}}$，

$\theta = \dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\pi$となる．ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$とする．

(b) $z^7 = \boxed{\text{ム}}\sqrt{3} + \boxed{\text{メ}}\,i$

(c) wを虚部が正の複素数とする．複素数平面上の3点A(z)，B(z^7)，C(w)が正三角形の頂点となるのは，$w = \boxed{\text{モ}}\sqrt{3} + \boxed{\text{ヤ}}\,i$のときである．

(2) 関数$f(x) = xe^{-\frac{x}{3}}$を考える．

(a) $f(x)$は$x = \boxed{\text{ユ}}$で極大になる．

(b) 曲線$y = f(x)$の変曲点のx座標は$\boxed{\text{ヨ}}$である．

(c) 曲線$y = f(x)$上の点$(6,\ f(6))$における接線の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{ラ}}\,x + \boxed{\text{リ}}\right)e^{\boxed{\text{ル}}}$$

である．

(d) 曲線$y = f(x)$とx軸，および(c)で求めた接線で囲まれた図形の面積は

$\boxed{\text{レ}} + \boxed{\text{ロ}}\,e^{\boxed{\text{ワ}}}$である．