

2022 年度 総合型選抜 A 日程（専願制） 入学試験問題

数 学

(60 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 2 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合には、手を挙げて監督者に知らせてください。

問題・解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、解答用紙（2 枚）に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I] 自然数 n を 3 で割った余りを a_n として, 数列 $\{a_n\}$ を定める.

(1) a_{50} を求めなさい.

(2) $\sum_{k=1}^{50} a_k$ を求めなさい.

(3) $\sum_{k=1}^{50} k a_k$ を求めなさい.

[II] 次の表は, 30 人に対して行ったあるテストの得点別の人数である.

得点(点)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
人数(人)	1	0	10	4	2	4	3	2	2	2	0

(1) 得点の最頻値を求めなさい.

(2) 得点の平均値を求めなさい.

(3) 得点の分散を, 小数第 1 位を四捨五入して整数で求めなさい.

- [III] 中心が O 、半径が 1 の円周上の異なる 4 点を、反時計回りの順に A, B, C, D とする。
1 辺の長さが 1 のひし形 $PQRS$ に対して、

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{QR}, \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{RS}, \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{SP}$$

が成り立つとする。

- (1) 四角形 $ABCD$ はどのような四角形か答えなさい。
- (2) $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$ を求めなさい。
- (3) 四角形 $ABCD$ の面積の最大値と、そのときの $\angle AOB$ の大きさを求めなさい。

[IV]

- (1) 楕円 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上の点 $\left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ における接線 l の方程式を求めなさい。また、接線 l と x 軸、 y 軸の交点をそれぞれ A, B とし、原点を O とするとき、 $\cos \angle OAB$ を求めなさい。
- (2) 関数 $f(x) = x^x$ ($x > 0$) の極値と、極値をとるときの x の値を求めなさい。
- (3) a, b を 0 でない複素数の定数とする。異なる 3 つの複素数 α, β, γ が表す複素数平面上の点をそれぞれ A, B, C とする。

$$\alpha' = a\alpha + b, \quad \beta' = a\beta + b, \quad \gamma' = a\gamma + b$$

が表す点をそれぞれ A', B', C' とするとき、 $\angle ABC = \angle A'B'C'$ を示しなさい。