

2023 年度入学試験問題

数 学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は2ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙の指定箇所に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

2023 年度入学試験問題

数 学

(90分)

問題は次のページです

[I]

- (1) $\left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^4$ の値を求めなさい.
- (2) a を定数とする. 2次不等式 $x^2 + (a-6)x - a + 5 \leq 0$ を満たす整数 x が $x = 1$ のみであるような a の値の範囲を求めなさい.
- (3) 4つの数 $\sqrt{3}$, $2^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[12]{4^5}$ を小さい方から順に並べなさい.
- (4) 不等式 $2 \log_{\frac{1}{3}}(x+5) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1-x) - 1$ を解きなさい.
- (5) $OA = 2$, $OB = 3$ である $\triangle OAB$ に対して, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1$ が成り立つとする. 点 O から直線 AB に下ろした垂線と直線 AB との交点を H とする. ベクトル \vec{OH} を \vec{OA} , \vec{OB} を用いて表しなさい.
- (6) 次の連立方程式を満たす複素数 z をすべて求めなさい. ただし, i は虚数単位とする.

$$\begin{cases} |z| = 1 \\ |z + 2i| = 2 \end{cases}$$

〔 II 〕 初項 3, 公差 2 の等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする.

(1) S_n を n の式で表しなさい.

(2) $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \cdots + \frac{1}{S_n}$ を n の式で表しなさい.

〔 III 〕 2つの袋 A, B があり, A には赤球 3 個と白球 6 個, B には赤球 5 個と白球 2 個が入っている.

(1) A から 1 個の球を取り出して B に入れ, よくかき混ぜて, B から 1 個の球を取り出すとき, B から取り出した球が赤球である確率を求めなさい.

(2) 1 個のさいころを投げて, 5 以上の目が出たら A から, 4 以下の目が出たら B から球を 1 個取り出す. 取り出した球が白球であったとき, それが A に入っていた球である条件付き確率を求めなさい.

(3) A から同時に 2 個の球を取り出して B に入れ, よくかき混ぜて, B から同時に 2 個の球を取り出して A に入れる. このとき, A に入っている赤球の個数が 4 個以上となる確率を求めなさい.

〔 IV 〕 関数 $f(x)$ を $f(x) = x\sqrt{3x+1}$ ($x \geq 0$) とし, 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする.

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい.

(2) C 上の点 $(1, f(1))$ における接線の方程式を求めなさい.

(3) C と x 軸, および直線 $x = 1$ で囲まれた図形の面積を求めなさい.