

2023 年度入学試験問題

数 学

(60 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 3 ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ヘで 29 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～への範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) $\frac{5}{2+i} = \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}i$ (ただし, i は虚数単位とする.)

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} 2x^2 - 50 < 0 \\ x^2 + 12x + 11 > 0 \end{cases}$$

の解は $\boxed{\text{ウ}} < x < \boxed{\text{エ}}$ である.

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 方程式 $\cos 2\theta + \cos \theta = 0$ の解のうち最大のものは

$$\theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi \text{ である.}$$

(4) $2023^{2.4}$ の整数部分は $\boxed{\text{キ}}$ 桁の数である. ただし, $\log_{10} 7 = 0.845$, $\log_{10} 17 = 1.230$ とする.

〔Ⅱ〕

(1) 男子 5 人と女子 3 人がいる.

(a) 8 人を円卓のまわりに等間隔に着席させるとき, 女子 3 人が隣り合う確率は

$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

である.

(b) 8 人を円卓のまわりに等間隔に着席させるとき, 女子 2 人が向かい合う確率は

$\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$

である.

(c) 8 人の中から 6 人を選んで円卓のまわりに等間隔に着席させるとき, 女子 2 人が

向かい合う確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である.

(2) a を定数とし, 中心が $(2, -1)$ の円 $C: x^2 + y^2 + ax + 2y = 0$ を考える.

(a) 円 C の半径は $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である.

(b) 円 C と直線 $y = -2x - 1$ の交点のうち, x 座標が正であるものの座標は

$(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$ である.

(c) 点 (x, y) が円 C 上を動くとき, $-2|x| + y$ の最小値は $\boxed{\text{チ}}$ である.

〔Ⅲ〕

(1) 座標空間の3点 $A(0, 0, 8)$, $B(1, 3, 0)$, $C(2, 4, 2)$ を考える. 直線 BC 上の点で, 点 A から最も近い点を P とする.

(a) 直線 BC 上の点の座標は実数 t を用いて

$$(1 + t, 3 + \boxed{\text{ツ}} t, \boxed{\text{テ}} t)$$

と表される.

(b) 点 P の座標は $(\boxed{\text{ト}}, \boxed{\text{ナ}}, \boxed{\text{ニ}})$ である.

(c) $\triangle ABP$ の面積は $\boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である.

(2) a, b を実数とし, $b \neq 2$ とする. 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 4x - 1$ が $x = b$ と $x = 2$ で極値をとるとする.

(a) $a = \boxed{\text{ノ}}$

(b) 関数 $f(x)$ の極大値は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である.

(c) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = f(2)$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である.