

2023 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ワで 44 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ワの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) $\left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^2 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}i$ (ただし, i は虚数単位とする.)

(2) 関数 $y = 5 \sin^2 \theta - 2 \cos \theta$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{オ}}$ である.

(3) 不等式 $9^x - 28 \times 3^{x-\frac{1}{2}} + 9 < 0$ の解は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{2} < x < \frac{\boxed{\text{キ}}}{2}$ である.

(4) 方程式 $\log_4(x + 4) = \log_8(3x + 10)$ の正の解は $x = \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

〔Ⅱ〕

(1) 男子 3 人と女子 4 人が円卓のまわりに座る.

(a) 男子 3 人が隣り合う確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である.

(b) どの男子も隣り合わない確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である.

(c) 女子 4 人のうち、ちょうど 3 人が隣り合う確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である.

(2) a, b を正の定数とする. 半径が $2\sqrt{2}$ の円 $C: x^2 + y^2 - 2x - ay - 3 = 0$ と, 直線 $\ell: y = x + b$ が接しているとする.

(a) $a = \boxed{\text{タ}}$, $b = \boxed{\text{チ}}$

(b) 円 C と直線 ℓ の接点の y 座標は $\boxed{\text{ツ}}$ である.

(c) 点 (x, y) が円 C 上を動くとき, $|x| + y$ の最大値は $\boxed{\text{テ}}$ である.

〔Ⅲ〕

(1) 平面上の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} が

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (22, -4), \quad 2\vec{a} - \vec{b} = (53, 4)$$

を満たすとする。また、 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{b}$ とする。ただし、 t は実数とする。

(a) $\vec{a} = (\text{ト}, \text{ナ}), \vec{b} = (\text{ニ}, \text{ヌ})$

(b) ベクトル $\vec{c} = (2, 1)$ に対し、 $t = \text{ネ}$ のとき、 $\vec{p} \parallel \vec{c}$ となる。また、 $t = \text{ノ}$ のとき、 $\vec{p} \perp \vec{c}$ となる。

(c) $t = \text{ハ}$ のとき、 $|\vec{p}|$ は最小値 ヒ をとる。

(2) $f(x) = \int_0^x (t+3)(t-5) dt$ とする。

(a) 関数 $f(x)$ は $x = \text{フ}$ で極大値 ヘ をとる。

(b) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, f(0))$ における接線の方程式は $y = \text{ホ}x + \text{マ}$ である。

(c) 曲線 $y = f(x)$ と (b) で求めた接線で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{ミ}}{\text{ム}}$ である。

〔Ⅳ〕

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan 2x}{\cos x - 1} = \boxed{\text{メ}}$

(2) i を虚数単位とし, $\alpha = 1 + i$ とする.

(a) $\alpha^7 = \boxed{\text{モ}} + \boxed{\text{ヤ}} i$

(b) z は実部が正の複素数とし, $\alpha^3 z^3 = -32\sqrt{2} - 32\sqrt{2}i$ を満たすとする. このとき, $z^3 = \boxed{\text{ユ}} \sqrt{\boxed{\text{ヨ}}} i$ であり, $z = \sqrt{\boxed{\text{ラ}}} + \sqrt{\boxed{\text{リ}}} i$ である.

(3) $f(x) = \frac{4 \sin x}{3 + \cos x}$ ($0 \leq x \leq \pi$) とする.

(a) 関数 $f(x)$ の極大値は $\sqrt{\boxed{\text{ル}}}$ であり, そのときの $\cos x$ の値は $\frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$ である.

(b) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積は $\log \boxed{\text{ワ}}$ である.