

2024 年度入学試験問題

数 学

(60 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 3 ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～フで 28 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～フの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) 2次関数 $y = \frac{1}{2}x^2 + x$ のグラフを x 軸方向に 3, y 軸方向に $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ だけ平行移動した放物線の頂点は, 直線 $y = -2x + 1$ 上にある.

(2) 不等式 $5^{2x+3} + 20 \cdot 5^x - 1 > 0$ の解は, $x > \text{ウ}$ である.

(3) 方程式 $\log_{\sqrt{2}}(x+3) - \log_2(x+2) - \log_2(x+5) = 0$ の解は, $x = \text{エ}$ である.

(4) 平面上に 8 個の点があって, どの 3 点も一直線上にないとき, これら 8 点のうちの 2 点を通る直線は オ 本あり, また, これら 8 点のうちの 3 点を頂点とする三角形は カ 個ある.

〔Ⅱ〕

(1) 1個のさいころを4回投げる.

(a) 4回とも奇数の目が出る確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である.

(b) 出る目の数が3種類以下になる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である.

(c) 少なくとも3回は3の倍数の目が出る確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である.

(2) a を定数とし, $f(\theta) = \cos 2\theta + a \sin \theta + a - 5$ とする.

(a) $f(\theta) = \boxed{\text{ス}} \sin^2 \theta + a \sin \theta + a + \boxed{\text{セ}}$

(b) $a = \frac{19}{6}$ のとき, 方程式 $f(\theta) = 0$ は $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲に異なる解を $\boxed{\text{ソ}}$ 個もつ.

(c) 方程式 $f(\theta) = 0$ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲に異なる解を3個もつのは, $a = \boxed{\text{タ}}$ のときである.

〔Ⅲ〕

(1) $\triangle OAB$ において, $OA = 3$, $OB = 4$, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$ とする.

(a) $\cos \angle AOB = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$

(b) $\triangle OAB$ の面積は $\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である.

(c) 頂点 O から対辺 AB に垂線を下ろし, AB との交点を C とすると,

$$\vec{OC} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \vec{OB}$$

が成り立つ.

(2) p, q を定数とし, 2 次関数 $f(x) = x^2 + px + q$ が

$$\int_0^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}, \quad \int_0^1 xf(x) dx = \frac{5}{12}$$

を満たすとする.

(a) $p = \boxed{\text{ネ}}$, $q = \boxed{\text{ノ}}$

(b) $f'(\boxed{\text{ハ}}) = 2$

(c) 放物線 $y = f(x)$ の接線 l の傾きが 2 のとき, l の方程式は

$$y = 2x + \boxed{\text{ヒ}}$$

である. また, l と放物線 $y = f(x)$, および y 軸で囲まれる図形の面積は $\boxed{\text{フ}}$ である.