

## 2024 年度入学試験問題

## 数 学

(90 分)

## 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。  
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ロで 43 問あります。  
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ロの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[ I ]

(1) 方程式  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 6 = 0$  が表す図形は、中心が  $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$  で半径が  $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$  の円である。

(2) 方程式  $6 \cdot 81^x + 13 \cdot 9^x - 5 = 0$  の解は、 $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$  である。

(3) 不等式  $(\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x - 8 < 0$  の解は、 $\frac{1}{\boxed{\text{カ}}} < x < \boxed{\text{キ}}$  である。

(4) 6 人の生徒を 2 人ずつの 3 組に分ける方法は  $\boxed{\text{ク}}$  通りある。

〔Ⅱ〕

(1) 1個のさいころを4回投げる.

(a) 4回とも3の倍数の目が出る確率は  $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$  である.

(b) 少なくとも1回は偶数の目が出る確率は  $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  である.

(c) 出る目の数が2種類以下になる確率は  $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$  である.

(2)  $\triangle ABC$  において,  $\sin A : \sin B : \sin C = 8 : 7 : 5$  が成り立つとする.

(a)  $\sin A = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ ,  $\cos A = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$

(b)  $\triangle ABC$  の面積が  $40\sqrt{3}$  のとき,  $BC = \boxed{\text{ト}}$  である.

## 〔Ⅲ〕

(1) 2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  が,

$$|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = \sqrt{2}, |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{22}$$

を満たすとする.

(a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

(b)  $t =$   のとき,  $\vec{a} + t\vec{b}$  と  $\vec{a}$  は垂直になる.(c)  $t =$   のとき,  $|\vec{a} + t\vec{b}|$  は最小値  $\sqrt{\text{ネ}}$  をとる.(2) 放物線  $y = x^2 + 4x + 5$  を  $C_1$ , 放物線  $y = x^2 - 4x + 13$  を  $C_2$  とする.(a)  $C_1$  の頂点の  $x$  座標は  で,  $C_2$  の頂点の  $x$  座標は  である.(b)  $C_1$  と  $C_2$  の交点の  $x$  座標は  である.(c) 点(3, 10)における  $C_2$  の接線を  $\ell$  とおくと,  $\ell$  の方程式は

$$y = \text{フ}x + \text{へ}$$

である. また, 2つの放物線  $C_1$ ,  $C_2$  と  $\ell$  で囲まれる図形の面積は  $\frac{\text{ホ}}{\text{マ}}$  である.

[IV]

(1) 方程式  $x^2 - [x] - 1 = 0$  の解は  $x = \sqrt{\boxed{\text{ミ}}}$  である. ただし,  $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数を表す.

(2)  $i$  を虚数単位とする.  $z \neq 4i$  を満たす複素数  $z$  に対し,  $w = \frac{5z - 8i}{2z - 8i}$  とおく.

(a)  $z = \frac{(\boxed{\text{ム}} w + \boxed{\text{ヌ}}) i}{2w - 5}$

(b) 複素数平面上で, 点  $z$  が円  $|z - 2i| = 2$  の上を動くとき,  $w$  は方程式

$$\left| w + \frac{1}{\boxed{\text{ヘ}}} \right| = \left| w - \frac{5}{2} \right|$$

を満たすので, 点  $w$  は点  $\boxed{\text{ヤ}}$  を通り, 虚軸と平行な直線を描く.

(3)  $f(x) = e^x \sin x$ ,  $g(x) = e^x \cos x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) とする.

(a) 2 曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の交点の  $x$  座標は  $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ク}}}$   $\pi$  である.

(b) 関数  $g(x)$  は  $x = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$   $\pi$  で極値をとる.

(c) 2 曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$ , および  $y$  軸で囲まれる図形の面積は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{ク}}}} e^{\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ク}}}} \pi + \boxed{\text{ク}}$$

である.