M—A 2

2024年度入学試験問題

数　　学

（90分）

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～レで42問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～レの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目，受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 **I** 〕

⑴　2次関数 $y = \frac{1}{2}x^2 + x$ のグラフを x 軸方向に3，y 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ だけ平行移動した放物線の頂点は，直線 $y = -2x + 1$ 上にある．

⑵　不等式 $5^{2x+3} + 20 \cdot 5^x - 1 > 0$ の解は，$x > \boxed{\text{ウ}}$ である．

⑶　方程式 $\log_{\sqrt{2}}(x + 3) - \log_2(x + 2) - \log_2(x + 5) = 0$ の解は，$x = \boxed{\text{エ}}$ である．

⑷　平面上に8個の点があって，どの3点も一直線上にないとき，これら8点のうちの2点を通る直線は $\boxed{\text{オ}}$ 本あり，また，これら8点のうちの3点を頂点とする三角形は $\boxed{\text{カ}}$ 個ある．

〔Ⅱ〕

(1)　1 個のさいころを 4 回投げる.

(a)　4 回とも奇数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である.

(b)　出る目の数が 3 種類以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である.

(c)　少なくとも 3 回は 3 の倍数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である.

(2)　a を定数とし, $f(\theta) = \cos 2\theta + a\sin\theta + a - 5$ とする.

(a)　$f(\theta) = \boxed{\text{ス}}\sin^2\theta + a\sin\theta + a + \boxed{\text{セ}}$

(b)　$a = \dfrac{19}{6}$ のとき, 方程式 $f(\theta) = 0$ は $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲に異なる解を $\boxed{\text{ソ}}$ 個もつ.

(c)　方程式 $f(\theta) = 0$ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲に異なる解を 3 個もつのは, $a = \boxed{\text{タ}}$ のときである.

〔Ⅲ〕

(1)　△OAB において，OA ＝ 3，OB ＝ 4，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} = 2$ とする．

(a)　$\cos\angle\mathrm{AOB} = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$

(b)　△OAB の面積は $\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である．

(c)　頂点 O から対辺 AB に垂線を下ろし，AB との交点を C とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

が成り立つ．

(2)　p，q を定数とし，2 次関数 $f(x) = x^2 + px + q$ が

$$\int_0^1 f(x)\,dx = -\frac{2}{3},\quad \int_0^1 xf(x)\,dx = \frac{5}{12}$$

を満たすとする．

(a)　$p = \boxed{\text{ネ}}$，$q = \boxed{\text{ノ}}$

(b)　$f'\left(\boxed{\text{ハ}}\right) = 2$

(c)　放物線 $y = f(x)$ の接線 ℓ の傾きが 2 のとき，ℓ の方程式は

$$y = 2x + \boxed{\text{ヒ}}$$

である．また，ℓ と放物線 $y = f(x)$，および y 軸で囲まれる図形の面積は $\boxed{\text{フ}}$ である．

〔Ⅳ〕

(1) 方程式 $3|x^2-16|=13x-18$ の解は，小さい順に $x=$ $\boxed{\text{ヘ}}$，$\boxed{\text{ホ}}$ である．

(2) i を虚数単位とする．実数 t に対し，複素数 z を

$$z=\frac{2ti}{t+i}$$

と定める．

(a) 実数 x，y を用いて，$z=x+yi$ と表したとき，

$$x=\frac{\boxed{\text{マ}}\,t^{\boxed{\text{ミ}}}}{t^2+1},\quad y=\frac{\boxed{\text{ム}}\,t^{\boxed{\text{メ}}}}{t^2+1}$$

となる．

(b) t がすべての実数値をとって変化するとき，複素数平面上で，点 z は点 $\boxed{\text{モ}}\,i$ を中心とする半径 $\boxed{\text{ヤ}}$ の円を描く．ただし，点 $2i$ を除く．

(3) $f(x)=x\sqrt{x+3}$ とする．

(a) 関数 $f(x)$ は $x=$ $\boxed{\text{ユ}}$ で極小になる．

(b) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれる図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}\sqrt{\boxed{\text{リ}}}$ である．

また，この図形を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}\pi$ である．