

2025 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ラで 39 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ラの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

- (1) 方程式 $8^x + 63 \cdot 2^{2x-3} - 2^x = 0$ の解は $x =$ である.
- (2) $\frac{1}{16} \leq x \leq 16$ のとき, 関数 $y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^6 - 2$ の最大値は であり, 最小値は である.
- (3) 3次関数 $f(x) = x^3 +$ $x^2 +$ $x + 1$ について, $f'(0) = -2$, $f'(1) = -1$ が成り立つ.
- (4) O を原点とする座標空間内に, 2点 A(2, 1, -2), B(4, -1, 0)がある.
 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ であり, $\triangle OAB$ の面積は $\sqrt{\text{キ}}$ である.

〔Ⅱ〕

(1) 平面上に n 本の直線があって、どの 2 本も平行でないとき、これらの直線の交点の総数を考える。

(a) どの 3 本も 1 点で交わらないとする。 $n = 4$ のとき、交点の総数は 個である。また、 $n =$ のとき、交点の総数は 45 個である。

(b) $n = 6$ とする。ある 3 本の直線が 1 点で交わり、この 3 本の組み合わせ以外のどの 3 本も 1 点では交わらないとき、交点の総数は 個である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、 $S_n = \sqrt{n^2 - 18n + 90}$ と表されるとする。

(a) $a_1 = \sqrt{\text{サ}}$, $a_5 = \text{シ} - \sqrt{\text{ス}}$

(b) $a_n < 0$ となる最大の自然数 n は であり、この n に対して

$a_n = \text{ソ} - \sqrt{\text{タ}}$ である。

〔Ⅲ〕

(1) $f(\theta) = 3 \sin^2 \theta + 4 \sin \theta \cos \theta$ とする.

(a) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \boxed{\text{テ}}$

(b) 方程式 $f(\theta) = 0$ は $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲に異なる実数解を $\boxed{\text{ト}}$ 個もつ.

(c) 関数 $f(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{ナ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{ニ}}$ である.

(2) 放物線 $y = (x - 2)^2 - 1$ を C とする.

(a) C と x 軸の交点の x 座標は小さい順に $\boxed{\text{ヌ}}$, $\boxed{\text{ネ}}$ である.

(b) C と x 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である.

(c) C と直線 $y = \boxed{\text{ヒ}}$ で囲まれた図形の面積は $\frac{32}{3}$ である.

(d) C と放物線 $y = -\frac{1}{4}x^2$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である.

〔Ⅳ〕

(1) i を虚数単位とする.

(a) $\alpha = \frac{\sqrt{3}-i}{1-i}$ について, α^n が純虚数となる最小の自然数 n は である. この n に対して, $\alpha^n =$ i である.

(b) 複素数平面上で, 条件 $\left| \frac{6}{z} + 2 \right| = 1$ を満たす点 z 全体の集合は, 点 を中心とする半径 の円である.

(2) $f(x) = \frac{\log x - 3}{\sqrt{x}}$ とする.

(a) $f(x)$ は $x = e$ で極値 e
 をとる.

(b) $\int_1^e f(x) dx =$ $+$ \sqrt{e}